

**Школа-лицей
им.Х.Жээнбаева**

**ПАПКА
ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ**

Учитель: Кундакпаева З.



Методы обучения математике и их классификация

Традиционное обучение имеет ряд недостатков. Из них следует выделить:

- преобладание словесных методов изложения, способствующих рассеиванию внимания и невозможности его акцентирования на сущности учебного материала;
- средний темп изучения математического материала;
- большой объем материала, требующего запоминания;

—недостаток дифференцированных заданий по математике и др. Недостатки традиционного обучения математике можно устранить путем усовершенствования процесса ее преподавания.

Метод (от греч. *methodos* — путь исследования) — способ достижения цели.

Метод обучения — упорядоченный комплекс дидактических приемов и средств, с помощью которых реализуются цели обучения и воспитания. Методы обучения включают взаимосвязанные, последовательно чередующиеся способы целенаправленной деятельности учителя и учащихся.

Любой метод обучения предполагает цель, систему действий, средства обучения и намеченный результат.

Объектом и субъектом метода обучения является ученик.

Какой-либо один метод обучения используется в чистом виде лишь в специально спланированных учебных или исследовательских целях. Обычно преподаватель сочетает различные методы обучения.

Метод обучения — историческая категория. На протяжении всей истории педагогики проблема методов обучения разрешалась с различных точек зрения: через формы деятельности; через логические структуры и функции форм деятельности; через характер познавательной деятельности. Сегодня существуют разные подходы к современной теории методов обучения.

Классификация методов обучения проводится по различным основаниям:

По характеру познавательной деятельности:

- объяснительно-иллюстративные (рассказ, лекция, беседа, демонстрация и т.д.);
- репродуктивные (решение задач, повторение опытов и т.д.);
- проблемные (проблемные задачи, познавательные задачи и т.д.);
- частично-поисковые — эвристические;
- исследовательские.

По компонентам деятельности:

- организационно-действенные — методы организации и осуществления учебно-познавательной деятельности;
- стимулирующие — методы стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности;
- контрольно-оценочные — методы контроля и самоконтроля эффективности учебно-познавательной деятельности.

Методика преподавания математики в средней школе

Основные требования к уроку математики. Анализ структуры урока показывает, что ведущую роль в ней играет цель урока: именно цель урока определяет его структуру, задает отношение между этапами урока, соподчиняет их и объединяет в единое целое.

Итак, одно из главных требований к уроку — его целенаправленность.

В литературе по методике преподавания математики можно найти конкретные рекомендации по постановке общей цели урока, суть которой сводится к следующему: вначале выделяется основная дидактическая (учебная) цель, исходя из которой выявляются возможности для установления целей воспитания и развития учащихся на уроке математики через его математическое содержание.

Целенаправленно и планомерно должно осуществляться не только обучение математике, но и воспитание на уроках математики.

Для практики обучения очень важно, чтобы цель урока, поставленная учителем, была понята учеником. Осознанные учеником цель, учебная познавательная задача помогают ему действовать активно и ускоряют процесс получения результата своих действий.

Очевидно, что одна структура урока может обеспечить более интересную и активную деятельность учащихся, чем другая. И надо стремиться к тому, чтобы урок оптимально обеспечивал активную познавательную деятельность учащихся.

Общая цель урока (единство обучения, воспитания и развития) порождает новые по содержанию и структуре уроки математики. Кратко опишем структуру двух уроков, проводимых с целью «учить учиться».

Пример 1. Учитель Х. в системе уроков, проводимых в младших классах с целью «учить учиться», предусматривает специальные уроки: «Как я учу уроки по математике».

В один день недели у пятиклассников было запланировано провести два урока математики. На первом уроке вводилось новое для учащихся правило сложения рациональных чисел с разными знаками и делались первые шаги по выработке умений применять полученное правило на практике. В конце первого урока пятиклассники получили задание на дом: проработать текст учебника, выполнить упражнения. Учащиеся выполняли его не дома, а на следующем уроке математики.

Учитель дает целевую установку: «Ребята, сейчас мы будем вместе выполнять домашнее задание».

Договорились о последовательности его выполнения: прежде всего необходимо проработать текст из учебного пособия, затем выучить правило сложения, но не путем многократного повторения его, а в процессе выполнения упражнений, проговаривая правило вначале вслух, а потом про себя.

Каждый ученик имеет в учебнике закладки — чистые полоски бумаги, длины которых совпадают с длиной страницы, а ширина — с шириной ее поля. Одна такая полоска совмещается с полем читаемой страницы. Чтение текста ведется с карандашом в руках. При первом чтении на пронумерованной полоске делаются разметки прочитанного: главная мысль, например, отмечается круглыми скобками, особо важные места — восклицательным знаком или двумя вертикальными чертами и т. п. При повторном чтении ученик стремится разобрать трудные места в тексте, перечитать главные мысли, сформулировать основные вопросы и записать ответы на них в рабочей тетради и т. д.

— Школьный компонент используется для преподавания учебных предметов, отраженных в направленности общеобразовательной организации.

— Вводятся также предметы по выбору. Как это будет работать?

— Предметы по выбору были и раньше. Общеобразовательная организация выбирает их согласно своему профилю и потребностям/возможностям учащихся и их родителей. Каждая школа в начале года проводит небольшой опрос, в каком направлении необходимо развивать дополнительное образование, какие допуроки брать для углубленного изучения. Допустим, выбирают робототехнику, углубленное изучение информатики или предметы гуманитарного цикла.

— Некоторые родители первый раз слышат о предметах по выбору.

— В школах это действует уже давно. Но там ориентируются на возможности — свои и родителей. Чтобы робототехнику, к примеру, изучать, нужны дополнительные вложения родителей. Где-то, возможно, специалистов нет.

— Весной Артем Новиков, будучи вице-премьер-министром, признал школьную программу неэффективной и перегруженной. Как она изменится с введением нового госстандарта?

— Реализация будет через предметные стандарты, поэтому содержание конкретных предметов тоже будет пересматриваться. Много говорят о перегруженности — темами, заданиями. Эти моменты будут обсуждаться с учителями-практиками. Может, некоторые темы будут интегрироваться, предусматриваться больше времени на проектную, совместную работу школьников.

Это все позволит, на мой взгляд, улучшить качество образования.

— Ранее сокращали часы по математике и естественнонаучным предметам. А потом давалось поручение увеличить часы по базовым предметам, в том числе естественно-математического цикла. Учли это требование?

— Подготовлено более десяти вариантов базисных учебных планов (БУП). Кто-то из разработчиков давал сокращенное количество часов, кто-то — увеличенное.

В Минобрнауки есть рабочая группа по пересмотру содержания госстандарта и БУП. Только после широкого обсуждения можно будет сказать, будут ли увеличены часы на естественно-математическое направление или гуманитарное. Но увеличение часов на школьный компонент уже дает школам возможность самим решить, на какие предметы отвести больше часов. В целом могу сказать, что мы будем больше акцентировать внимание на естественно-математической подготовке учащихся.

Кстати, в этом учебном году увеличены часы на изучение предмета «Биология» в седьмом классе. По возможности министерство ищет возможность увеличения часов по естественно-научной образовательной области.

Разработка урока «Текстовые задачи. Подготовка к ОГЭ»

- Цель: Формирование предметных результатов: составления математических моделей на примерах задач на движение, планирования своей деятельности при решении задач на движение.
- Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний, полученных при изучении темы «Текстовые задачи. Подготовка к ОГЭ»
- Форма урока: урок – обзор знаний.

Опорные понятия, термины: знание основных типов задач на движение; умения составлять математическую модель задачи, составлять уравнение по математической модели, умения решать уравнения.

Оборудование: доска, проектор, дидактический материал с заданиями, тетради, карточки.

Формы контроля: типовые задачи, уравнения для самостоятельного решения, задачи повышенной сложности, групповая работа, работа в парах.
Домашнее задание: текстовые задачи.

Ход урока

- Сообщение темы урока, цели урока, плана урока и мотивации учебной деятельности (учитель обращает внимание, что будем разбирать задачи из тренировочных вариантов ГИА).
- Повторение теоретического материала и устный опроси работа в парах с использованием презентации и карточек с таблицами.

Повторение: Для успешного решения задач на движение нужно все время держать в голове одну простую формулу:

$$S = v \cdot t, \text{ где } S - \text{ путь}$$

v – скорость

t – время

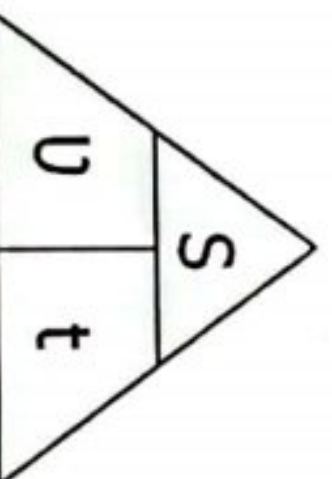
Чтобы легче запомнить эту формулу, подумайте, что вы ответите на такой вопрос: «Сколько километров я проеду на велосипеде за 2 часа, двигаясь со скоростью 13 км/ч?»
Вы, не задумываясь, ответите – 26 км.

Поздравляю! Эту формулу вы всегда хорошо знали, просто не могли сформулировать.

Из нашей формулы легко выразить все ее составляющие:

$$\text{Формулу для скорости: } v = \frac{S}{t}$$

$$\text{Формулу для времени: } t = \frac{S}{v}$$



Задачи на движение, как правило, представляют собой задачи с использованием объектов, совершающих какое-либо действие. Это могут быть велосипедисты, пешеходы, автомобили, лодки и другое. Существует 3 вида задач на движение: движение двух объектов навстречу друг другу, движение в противоположных и обратных направлениях, движение из одной точки в одном направлении.

1. Первый рабочий за час делает на 5 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 180 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение. Пусть второй рабочий делает за час x деталей, тогда первый рабочий делает за час $x + 5$ деталей.

Получаем уравнение:

$$\frac{180}{x} = \frac{180}{x+5} + 3 \Leftrightarrow 180x + 900 = 180x + 3x^2 + 15x \Leftrightarrow x^2 + 5x - 300 = 0,$$

откуда $x = 15$. Ответ: 15.

2. Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 27 км. Турист прошёл путь из А в В за 8 часов, из которых спуск занял 3 часа. С какой скоростью турист шёл на спуске, если его скорость на подъёме меньше его скорости на спуске на 1 км/ч?

Решение. Пусть скорость, с которой турист спускался, равна x км/час, тогда его скорость на подъёме равна $x - 1$ км/ч, длина спуска равна $3x$ км, длина подъёма равна $5(x - 1)$ км. Поскольку весь путь равен 27 км, имеем: $3x + 5(x - 1) = 27$, откуда $x = 4$ км/ч.

Ответ: 4.

3. Первые 5 часов автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 3 часа — со скоростью 100 км/ч, а последние 4 часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Средняя скорость, это отношение пройденного пути ко времени, за который пройден этот путь. За первые 5 часов автомобиль проехал $5 \cdot 60 = 300$ км, за следующие три часа — $3 \cdot 100 = 300$ км и за последние 4 часа — $4 \cdot 75 = 300$ км. Весь путь составил $300 + 300 + 300 = 900$ км, а суммарное время движения —

$$5 + 3 + 4 = 12 \text{ часов, откуда средняя скорость автомобиля на протяжении всего пути } 900/12 = 75 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 75.

4. Расстояние между городами А и В равно 120 км. Город С находится между городами А и В. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 36 минут следом за ним со скоростью 75 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он проехал половину пути из С в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С.

Решение.

Обозначим скорость (в км/ч) автомобиля за v , а время (в часах), за которое мотоцикл проезжает от А до С

за t . Тогда имеем $75t = v(t + 0,6)$, откуда $v = \frac{75t}{t + 0,6}$. Поскольку весь путь от А до В автомобиль

преодолеет за время $\frac{3}{2}t + 0,6$, получаем:

$$v\left(\frac{3}{2}t + 0,6\right) = 120; \quad \frac{75t}{t + 0,6} \cdot (1,5t + 0,6) = 120; \quad 112,5t^2 + 45t = 120t + 72; \quad 112,5t^2 - 75t - 72 = 0$$

откуда $t = 1, 2$. Значит, расстояние от А до С равно $75 \cdot 1,2 = 90$ (км).

Ответ: 90 км.

5. Баржа прошла по течению реки 48 км и, повернув обратно, прошла ещё 36 км, затратив на весь путь 6 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение. Пусть x км/ч — собственная скорость баржи, тогда $x - \frac{48}{5}$ км/ч — скорость баржи против течения, а $x + \frac{36}{5}$ км/ч — скорость баржи по течению. По течения баржа двигалась $x + \frac{48}{5}$ часов, а против течения $x - \frac{36}{5}$ часов.

— скорость баржи по течению. По течения баржа двигалась $x + \frac{48}{5}$ часов, а против течения $x - \frac{36}{5}$ часов. Баржа затратила на весь путь 6 часов, составим уравнение:

$$\frac{48}{x + \frac{48}{5}} + \frac{36}{x - \frac{36}{5}} = 6 \Leftrightarrow \frac{48(x - 5) + 36(x + 5)}{(x - 5)(x + 5)} = 6 \Leftrightarrow 6(x^2 - 25) = 84x - 60 \Leftrightarrow x^2 - 14x - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 15. \end{cases}$$

Корень -1 не подходит по условию задачи, следовательно, скорость баржи равна 15 км/ч.

Ответ: 15

6. Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение.

Пусть x — число деталей, изготавливаемых первым рабочим за час, тогда $x - 10$ — число деталей, изготавливаемых вторым рабочим за час. Заказ, состоящий из 60 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй, составим уравнение:

$$\frac{60}{x - 10} - \frac{60}{x} = 3 \Leftrightarrow \frac{60x - 60x + 600}{x(x - 10)} = 3 \Leftrightarrow 3(x^2 - 10x) = 600 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10, \\ x = 30. \end{cases}$$

$$x^2 - 10x - 200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10, \\ x = 20. \end{cases}$$

Корень -10 не подходит по условию задачи, следовательно, первый рабочий изготавливает 20 деталей в час. Значит, второй рабочий изготавливает 10 деталей в час.

Ответ: 10.

7. Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

Решение.

Пусть первый оператор может выполнить данную работу за x часов, а второй за y часов. За один час

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

первый оператор выполняет x часть всей работы, а второй y . Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{8}; \end{cases} \quad y = 24, x = 12.$$

Ответ: первый оператор за 12 ч, второй оператор за 24 ч.

8. Два велосипедиста одновременно отправляются в 180-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 5 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым.

Решение.

Пусть скорость второго велосипедиста равна x км/ч, тогда скорость первого велосипедиста

$$\frac{180}{x}$$

равна $x + 5$ км/ч. Время движения второго велосипедиста x на 3 часа больше времени движения

$$\frac{180}{x+5}$$

ч.

Составим уравнение и решим его:

$$\frac{180}{x+5} + 3 = \frac{180}{x} \Leftrightarrow \frac{180 + 3x + 15}{x} = \frac{180}{x} \Leftrightarrow 195x + 3x^2 = 180x + 900 \Leftrightarrow 3x^2 + 15x - 900 = 0 \Leftrightarrow \frac{180}{x+5} + 3 = \frac{180}{x} \Leftrightarrow \frac{180 + 3x + 15}{x} = \frac{180}{x} \Leftrightarrow 195x + 3x^2 = 180x + 900 \Leftrightarrow 3x^2 + 15x - 900 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -20, \\ x = 15. \end{cases}$$

По условию задачи нам подходят только положительные корни, поэтому скорость второго велосипедиста равна 15 км/ч, а первого — 20 км/ч.

Ответ: 20.

9. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 15 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39 часов после отплытия из него.

Решение.

Пусть x км/ч — скорость теплохода в неподвижной воде, тогда $x + 4$ км/ч — скорость теплохода по

$$\frac{280}{x+4}$$

течению, $x - 4$ км/ч — скорость теплохода против течения. По течению теплоход движется $x + 4$ часов, а

$$\frac{280}{x-4}$$

против течения $x - 4$ часов, весь путь занял $39 - 15 = 24$ часов, составим уравнение:

$$\frac{280}{x+4} + \frac{280}{x-4} = 24 \Leftrightarrow \frac{280(x-4) + 280(x+4)}{(x-4)(x+4)} = 24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 560x = 24x^2 - 16 \cdot 24 \Leftrightarrow 3x^2 - 70x - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3}, \\ x = 24. \end{cases}$$

Корень $-\frac{2}{3}$ не подходит по условию задачи, следовательно, скорость теплохода равна 24 км/ч.
 Ответ: 24.

10. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 21 км/ч. Через час после него со скоростью 15 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 9 часов после этого догнал первого.

Решение.

Пусть скорость третьего велосипедиста равна v км/ч, а t ч — момент времени, когда он догнал второго велосипедиста. Начало отсчёта времени — момент, когда первый велосипедист начал движение. Тогда к моменту времени t , когда третий велосипедист догонит второго, второй велосипедист проедет расстояние $15(t-1)$ км, а третий — расстояние $v(t-2)$ км. Аналогично: к моменту времени $t+9$ когда третий велосипедист догонит первого, первый велосипедист проедет $21(t+9)$ км, а третий, поскольку он был в пути на два часа меньше, проедет $v(t+7)$ км. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 15(t-1) = v(t-2), \\ 21(t+9) = v(t+7). \end{cases}$$

Умножим первое уравнение на $t+7$ а второе — на $t-2$ и вычтем первое уравнение из второго:

$$21(t^2 + 7t - 18) - 15(t^2 + 6t - 7) = 0 \Leftrightarrow 2t^2 + 19t - 91 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -13, \\ t = 3,5. \end{cases}$$

По условию задачи подходит только положительный корень, то есть $t = 3,5$. Подставляя t во второе уравнение, найдём искомую скорость:

$$21 \cdot 12,5 = v \cdot 10,5 \Leftrightarrow v = 25.$$

Ответ: 25 км/ч.

11. Расстояние между городами А и В равно 750 км. Из города А в город В со скоростью 50 км/ч выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся?

Решение.

За первые три часа пути автомобиль, выехавший из города А, проехал 150 километров и расстояние от него до города. В стало равным 600 км. Далее, скорость сближения двух автомобилей равна 120 км/ч, значит, они встретятся через 5 часов после выезда второго автомобиля. Таким образом, первый автомобиль до встречи находился в пути 8 часов, и проехал за это время 400 километров.

Ответ: 400 км.

12. Расстояние между пристанями А и В равно 63 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 20 км. Найдите скорость моторной лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Обозначим искомую скорость (в км/ч) за v . Плот прошёл 20 км, значит, он плыл 5 часов, а моторная лодка 4 часа. Таким образом, имеем:

$$\frac{63}{v+4} + \frac{63}{v-4} = 4; \quad 63v - 252 + 63v + 252 = 4v^2 - 64; \quad 4v^2 - 126v - 64 = 0$$

откуда находим $v = 32$.

Ответ: 32 км/ч.

13. Первая
деталей,
делает в
Решени
Пусть
изготовл
часа

13. Первый рабочий за час делает на 9 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 112 деталей, на 4 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение.

Пусть x — число деталей, изготавливаемых первым рабочим за час, тогда $x - 9$ — число деталей, изготавливаемых вторым рабочим за час. Заказ, состоящий из 112 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй, составим уравнение:

$$\frac{112}{x-9} - \frac{112}{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{112x - 112x + 1008}{x(x-9)} = 4 \Leftrightarrow 4(x^2 - 9x) = 1008 \Leftrightarrow$$
$$x^2 - 9x - 252 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12, \\ x = 21. \end{cases}$$

Корень -12 не подходит по условию задачи, следовательно, первый рабочий изготавливает 21 деталь в час. Значит, второй рабочий изготавливает 12 деталей в час.

Ответ: 12.

14. Дима и Саша выполняют одинаковый тест. Дима отвечает за час на 12 вопросов теста, а Саша — на 22. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Дима закончил свой тест позже Саши на 75 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение.

Пусть x — количество вопросов теста. Тогда получаем:

$$\frac{x}{12} - \frac{x}{22} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \frac{5x}{132} = \frac{5}{4},$$

откуда находим $x = 33$. Ответ: 33

15. Смешали некоторое количество 21-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 95-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Пусть взяли x г 21-процентного раствора, тогда взяли и x г 95-процентного раствора. Концентрация раствора — масса вещества, разделённая на массу всего раствора. В первом растворе содержится $0,21x$ г, а во втором — $0,95x$ г. Концентрация получившегося раствора равна $\frac{x + x}{0,21x + 0,95x} = 0,58$, или 58%.

Ответ: 58.

16. Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг 15 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 6 км/ч меньше скорости второго.

Решение.

Пусть x км/ч — скорость первого бегуна, тогда $x + 6$ км/ч — скорость второго бегуна. Из условия известно, что второй бегун пробежал круг за $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ часа, при этом через час после старта первому бегуну оставался 1 км до окончания первого круга, составим уравнение:

$$\frac{3}{4}(x+6) - 1 \cdot x = 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x = -\frac{7}{2} \Leftrightarrow x = 14.$$

Таким образом, скорость первого бегуна равна 14 км/ч. Ответ: 14.

17. Два человека одновременно отправляются из одного и того же места по одной дороге на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,7 км от места отправления. Один идёт со скоростью 3,3 км/ч, а другой — со скоростью 4,1 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча?

Решение. Второй человек придёт на опушку через $\frac{37}{41}$ часа. За это время первый пройдёт $3,3 \cdot \frac{37}{41} \text{ км}$, следовательно, до опушки ему останется пройти $3,7 - 3,3 \cdot \frac{37}{41} = \frac{3,7 \cdot 41 - 3,3 \cdot 37}{41} = \frac{29,6}{41} \text{ км}$.

Теперь второй путник идёт навстречу первому и их встреча произойдёт через $\frac{29,6}{41} = \frac{4}{41}$ часа. За это время первый человек успеет пройти ещё $3,3 \cdot \frac{4}{41} = \frac{13,2}{41} \text{ км}$. Таким образом, он пройдёт от точки отправления $3,3 \frac{37}{41} + \frac{13,2}{41} = 3,3 \text{ км}$.

Ответ: 3,3.

18. Свежие фрукты содержат 93% воды, а высушенные — 16%. Сколько сухих фруктов получится из 252 кг свежих фруктов?

Решение.

Свежие фрукты содержат 7% питательного вещества, а высушенные — 84%. В 252 кг свежих фруктов содержится $0,07 \cdot 252 = 17,64$ кг питательного вещества. Такое количество питательного вещества будет

$$\frac{17,64}{0,84} = 21$$

кг высушенных фруктов.

Ответ: 21.

19. Два автомобиля одновременно отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью, на 24 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 2 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Решение.

Пусть $x \text{ км/ч}$ — скорость первого автомобиля, тогда $x - 24 \text{ км/ч}$ — скорость второго автомобиля. Первый автомобиль прибыл к финишу на 2 часа быстрее второго, откуда:

$$\frac{420}{x - 24} - \frac{420}{x} = 2 \Leftrightarrow \frac{420x - 420x + 420 \cdot 24}{x(x - 24)} = 2 \Leftrightarrow 2x(x - 24) = 10080 \Leftrightarrow x^2 - 24x - 5040 = 0$$

Корень -60 не подходит по условию задачи, следовательно, скорость первого автомобиля равна 84 км/ч. Ответ: 84.

20. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч пешехода за 8 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Пусть длина поезда $l \text{ м}$. Скорость поезда относительно пешеход равна $141 - 6 = 135 \text{ км/ч}$, или $37,5 \text{ м/с}$.

Следовательно, поезд проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям пешехода за $l : 37,5$ секунд.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{l}{37,5} = 8; \quad l = 300.$$

Длина поезда составляет 300 м.

Ответ: 300 м.

21. Две трубы наполняют бассейн за 8 часов 45 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 21 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение.

По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{1260}$ часть бассейна, а две трубы вместе за одну

минуту наполняют $\frac{525}{1}$ часть бассейна. Таким образом, одна вторая труба за минуту

наполняет $\frac{525}{1260} - \frac{1}{1260} = \frac{1260 - 525}{1260 \cdot 525} = \frac{1}{900}$ часть бассейна, то есть она наполнит весь бассейн за 15 часов.

Ответ: 15.

22. Имеются два сосуда, содержащие 48 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 42% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Решение.

Пусть концентрация первого раствора - x , концентрация второго раствора - y . Составим систему уравнений согласно условию задачи:

$$\begin{cases} 48x + 42y = (48 + 42) \cdot 0,42 \\ x + y = 2 \cdot 0,4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 48x + 42 \cdot (0,8 - x) = 37,8 \\ y = 0,8 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,7 \\ y = 0,1. \end{cases}$$

Таким образом, во втором растворе содержится $42 \cdot 0,1 = 4,2$ килограмма кислоты

Ответ: 4,2

23. Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую - со скоростью 96 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Средняя скорость — это отношение пройденного пути к времени движения. Пусть весь путь составляет S км, тогда первую половину пути автомобиль проехал за $2 \cdot \frac{84}{S}$ часов, а вторую — за $2 \cdot \frac{96}{S}$ часов. Средняя скорость автомобиля равна:

$$\frac{S}{\frac{S}{2 \cdot 84} + \frac{S}{2 \cdot 96}} = \frac{2 \cdot 84 \cdot 96}{84 + 96} = \frac{2 \cdot 84 \cdot 96}{180} = 89,6 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 89,6.

24. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 153 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 4 часа после этого следом за ним, со скоростью, на 16 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно.

Решение.

Пусть x км/ч — скорость первого теплохода, тогда $x + 16$ км/ч — скорость второго теплохода. Расстояние между пристанями 153 км, второй теплоход отправился в путь через 4 часа после выхода первого, причём в конечный пункт оба теплохода прибыли одновременно, составим уравнение:

$$\frac{153}{x} - \frac{153}{x + 16} = 4 \Leftrightarrow \frac{153(x + 16) - 153x}{x(x + 16)} = 4 \Leftrightarrow 4x^2 + 64x = 2448 \Leftrightarrow x^2 + 16x - 612 = 0 \Leftrightarrow$$

Корень -34 не подходит по условию задачи, следовательно, скорость первого теплохода равна 18 км/ч.
Ответ: 18.

25. Первые 2 часа автомобиль ехал со скоростью 65 км/ч, следующие 4 часа — со скоростью 105 км/ч, а последние 4 часа — со скоростью 80 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Средняя скорость - это отношение длины пути, пройденного телом, ко времени, за которое этот путь был пройден.

Найдем длину пути: $S = 2 \cdot 65 + 4 \cdot 105 + 4 \cdot 80 = 130 + 420 + 320 = 870$

Найдем суммарное время, за которое этот путь был пройден: $t = 2 + 4 + 4 = 10$
Таким образом, средняя скорость равна:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t} = \frac{870}{10} = 87 \text{ км/ч}$$

Ответ: 87

Задачи для самостоятельной работы.

- 1 группа: задачи №1, 2
2 группа: задачи №3, 4
3 группа: задачи №5, 6.
1. Первые 360 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 180 км - со скоростью 90 км/ч, а затем 200 км - со скоростью 100 км/ч. Найти среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
 2. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 60 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2 часа 40 минут позже автомобилиста.
Ответ дайте в км/ч.
 3. Автомобиль ехал 1,5 часа со скоростью 40 км/ч, 2,5 часа - со скоростью 60 км/ч, а оставшуюся часть пути со скоростью 75 км/ч. Определите среднюю скорость автомобиля, если на весь путь он потратил 5 часов.
 4. Расстояние между городами А и В равно 435 км. Из города А в город В со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.
 5. Поезд, двигаясь со скоростью 70 км/ч, проезжает мимо платформы за 45 сек. Определите длину платформы (в метрах), если длина поезда 600 м.
 6. Велосипедист начал догонять пешехода, когда между ними было 2,1 км, и догнал его через 0,25 ч. Найдите скорость велосипедиста, если скорость пешехода была в 3,4 раза меньше скорости велосипедиста.
 7. (дополнительный) Из пункта А в пункт В вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Одновременно с ним из А в В выехал велосипедист со скоростью 10 км/ч. Велосипедист доехал до В, повернул назад и поехал с той же скоростью навстречу пешеходу. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если расстояние между А и В равно 30 км?
 7. Подведение итогов урока.
 - 7.1. В конце урока были выставлены оценки некоторым обучающимся. Всем обучающимся будут выставлены оценки по результатам проверки самостоятельной работы.
 - 7.2. Повторим главное при решении задач на движение.
 - 1) Внимательно читать условия задачи, обращать внимание на единицы измерения, в каких единицах требуется указать ответ.
 - 2) Вычислительные ошибки можно найти, сделав проверку в уравнении.
 - 3) Не забывать про арифметические способы решения текстовых задач, они иногда оказываются более красивыми и короткими.
 - 4) Полезно делать схему движения или таблицу.
 - 5) Не путать среднюю скорость и среднее арифметическое чисел.
 - 7.3. На следующем уроке рассмотрим задачу на движение.
 8. Задание на дом (с комментариями и указанием ответа).
Задачи № 8, 9, 10. Задачи для самостоятельной работы - подготовка к ОГЭ.
 - №8. Два мотоцикла стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой 16 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 15 км/ч больше скорости другого? (ответ: 32)
 - №9. Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 8 км. Турист прошёл путь из А в В за 5 часов. Время его движения на спуске составило 1 час. С какой скоростью турист шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 3 км/ч? (ответ: 4)
 - №10. Два автобуса выезжают одновременно навстречу друг другу из пункта А и В в 12 часов дня. Если скорость первого автобуса увеличить в два раза, а скорость второго оставить прежней, то встреча произойдет на 56 минут раньше. Если же увеличить в два раза скорость второго автобуса, оставив прежней скорость первого, то встреча произойдет на 65 минут раньше. Определить время встречи, если увеличены вдвое скорости обоих автобусов. (ответ: 10 часов 29 мин.)